

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

ESCOLA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

CURSO DE MESTRADO EM ECONOMIA

TÍTULO

“Estimação do valor em risco usando informação intra diária”

**DISSERTAÇÃO APRESENTADA À ESCOLA
DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM ECONOMIA**

JOANA CALDAS SILVA

Rio de Janeiro, 28 de fevereiro de 2002

Capítulo 1 – Introdução

Antes dos anos 70 as instituições financeiras eram duramente reguladas ou cartelizadas na maioria dos países industrializados. Medidas tais como a imposição de tetos para as taxas de juros sobre os depósitos tentaram proteger os mercados de movimentos nas próprias taxas. As empresas, muitas das quais atuando principalmente nos mercados domésticos, não se preocupavam tanto com flutuações nas taxas de câmbio e com crises financeiras em mercados distantes. Com o aumento de volatilidade a partir dos anos 70, quando o mundo voltou a um sistema de taxas de câmbio (relativamente) flutuantes, novos produtos financeiros foram criados para servir de ferramentas no gerenciamento de risco. O desenvolvimento desses novos produtos, chamados *derivativos*, por um lado permitiu a diminuição da exposição aos riscos financeiros, mas por outro permitiu níveis de alavancagem nunca antes observados. O resultado foi a necessidade de medir riscos.

A abordagem RiskMetrics (JP Morgan, 1994) é amplamente conhecida e aplicada na mensuração do valor em risco (VaR). Utilizando uma técnica de alisamento exponencial para o cálculo da volatilidade e correlação, o procedimento do JP Morgan passou a ser referência na estimação de VaR dada a simplicidade do modelo. Entretanto, a estimação do processo de volatilidade especificado pelo RiskMetrics apresenta sérios problemas. O processo de volatilidade condicional autoregressivo assumido pela abordagem RiskMetrics é um caso particular da família GARCH (Bollerslev, 1986), que se caracteriza pela ausência de estacionaridade. O método de estimação proposto pelo RiskMetrics ignora completamente a natureza não estacionária do modelo e, portanto, é estatisticamente inconsistente.

O objetivo desse trabalho é propor uma alternativa extremamente simples à abordagem RiskMetrics. A idéia é aplicar o conceito de volatilidade realizada (Andersen & Bollerslev, 1998) para padronizar o retorno diário e, após a constatação de normalidade da série obtida uma medida de VaR é calculada a partir dela. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001a) mostram que, sob certas condições, a soma dos quadrados dos retornos intra diários (volatilidade realizada) é um estimador não tendencioso, consistente e assintoticamente livre de erro da volatilidade diária. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001c) mostram então como calcular uma medida de VaR a partir da volatilidade realizada.

Apesar de recente, a literatura sobre volatilidade realizada já é bastante extensa. Andersen & Bollerslev (1998) utilizam a volatilidade realizada para mostrar que os modelos usuais de heterocedasticidade condicional apresentam bom desempenho em termos de previsão. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001b) mostram que variações cambiais normalizadas pela volatilidade realizada são aproximadamente Gaussianas. Andersen, Bollerslev, Diebold & Ebens (2001) e Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001a) aplicam o conceito de volatilidade realizada para investigar a distribuição da volatilidade dos mercados de capital e cambial, respectivamente. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2000) e Oomen (2001) analisam os efeitos das microestruturas dos mercados financeiros na estimação da volatilidade realizada.

Para a aplicação dessa metodologia foi escolhido o primeiro contrato futuro do índice S&P 500 a vencer negociado na Chicago Mercantile Exchange. Foram utilizados retornos a cada 15 minutos para o cálculo da volatilidade realizada no período entre 2 de Janeiro e 27 de Agosto de 2001 e, portanto, a amostra compreende 161 dados. Os resultados obtidos refletem exatamente os períodos de alta volatilidade observados.

O restante do trabalho está organizado da seguinte forma: O capítulo 2 apresenta resenhas sobre alguns métodos de extração de volatilidade, VaR e Backtesting. O capítulo 3 apresenta o resultado empírico e o capítulo 4 conclui o trabalho oferecendo algumas considerações finais. Os gráficos e histogramas estão no Apêndice no final do trabalho.

Capítulo 2 – Extração de Volatilidade e Valor em Risco

A previsão de volatilidade tem muitas aplicações práticas, como na análise e na tomada de decisão de investimentos, na seleção de portfólios e nos modelos de precificação de derivativos. Portanto, se torna clara a importância da distinção entre os vários modelos de previsão a fim de se encontrar aquele com maior precisão e mais adequado ao cálculo do valor em risco.

O método mais simples para se prever a volatilidade de uma série é estimar a sua volatilidade histórica segundo uma janela previamente escolhida. É o método mais simples pois não impõe nenhuma estrutura sobre a evolução da volatilidade ao longo do tempo e pondera igualmente todas as observações passadas. A única variável de escolha é o período observado. Dessa forma,

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\sum_{s=1}^T \frac{(r_{t+1-s} - \bar{r})^2}{(T-1)}}$$

onde

$\hat{\sigma}_t$ = estimativa da volatilidade em t

$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ é o retorno do ativo com composição contínua

$\bar{r} = \sum_{t=1}^T \frac{r_t}{T}$, retorno médio.

Uma das desvantagens do modelo histórico é o seu método de ponderação. Pelo fato de atribuir pesos iguais às observações, ele não capta uma característica muito observada nas séries dos retornos dos ativos: a concentração de volatilidade. As séries dos retornos dos ativos apresentam períodos de alta (baixa) volatilidade que são seguidos por alta (baixa) volatilidade (Mandelbrot, 1963). O método RiskMetrics (JP Morgan, 1994) propõe a aplicação da ponderação exponencial para captar esse efeito, pois às observações mais recentes são atribuídos pesos maiores. Nesse método, a previsão da variância para o período t+1 em t é dada por

$$\hat{\sigma}_{t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{t|t-1}^2 + (1-\lambda)r_t^2, \quad 0 < \lambda < 1$$

onde λ é o fator de decaimento exponencial.

O Riskmetrics escolhe o fator de decaimento exponencial que minimiza o erro de previsão definido como $\varepsilon_{t+1|t} = r_{t+1} - \hat{\sigma}_{t+1|t}$. Deste modo, o problema de otimização consiste em encontrar o valor de $\hat{\lambda}$ que minimiza a média dos erros de previsão ao quadrado.

Para o cálculo da covariância, pode-se também utilizar o estimador com ponderação exponencial

$$\hat{\sigma}_{12,t+1|t}^2 = \lambda \hat{\sigma}_{12,t|t-1}^2 + (1-\lambda)r_{1t}r_{2t}.$$

Há dois grandes problemas nessa abordagem. O primeiro reside no fato que o quadrado do retorno diário é um estimador muito volátil da variância do retorno. Inclusive, apesar de ser não tendencioso, o quadrado do retorno diário não é um estimador consistente pois não é assintoticamente livre de erro (ver Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys, 2001 a). O segundo problema está na estimação do parâmetro λ . O processo de volatilidade condicional autoregressivo assumido pela abordagem Riskmetrics é um caso particular da família GARCH desenvolvida por Bollerslev (1986), a saber um modelo IGARCH (Engle & Bollerslev, 1986) sem intercepto como veremos a seguir.

Engle (1982) apresentou o modelo ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedacity) para prever a volatilidade. Os processos ARCH assumem que a variância condicional não é constante, embora a variância incondicional o seja. No estudo das séries financeiras os resíduos de uma mesma magnitude tendem a aparecer concentrados, sugerindo que a variância de um resíduo pode depender do tamanho do resíduo anterior. Isso é formalizado escrevendo a variância de ε_t condicional a ε_{t-1} como uma função linear do quadrado de ε_{t-1} .

O processo ARCH de ordem p, ARCH (p), é escrito da forma

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$E[\varepsilon_t^2 | \Omega_{t-1}] = h_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

isto é, dado o conjunto de informação disponível até t-1, Ω_{t-1} , a variância condicional das inovações é dada por h_t , uma função dos quadrados das inovações anteriores.

Uma generalização do modelo ARCH feita por Bollerslev (1986) é o modelo GARCH, onde a variância condicional depende não somente dos quadrados das inovações, mas também das variâncias condicionais anteriores. Definindo ainda h_t como a variância condicional e utilizando as informações até t-1, o processo GARCH (p,q) é dado por

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

onde

$$p \geq 0, q > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i > 0, \beta_i \geq 0.$$

Um modelo muito utilizado no campo das finanças é o GARCH (1,1),

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

onde $(\alpha_1 + \beta_1)$ é o coeficiente de persistência.

A estimação dos parâmetros de ambos modelos é feita a partir da maximização de uma função de verossimilhança. Devido a isso, muitos autores trabalham com a hipótese de normalidade das inovações.

O modelo GARCH pode ser visto como uma representação de um processo ARMA para ε_t^2 onde o i-ésimo coeficiente autoregressivo é dado por $(\alpha_i + \beta_i)$ e possuirá uma raiz

unitária se $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i = 1$. Engle & Bollerslev (1986) relacionam os modelos que satisfazem essa condição como um modelo GARCH integrado - IGARCH. Um processo IGARCH assume que o processo de volatilidade é integrado, de modo que choques na volatilidade possuem persistência infinita. Em contraste com o caso da raiz unitária (integração na média), Nelson (1990) mostra que o modelo IGARCH é estritamente estacionário desde que o intercepto seja estritamente positivo. Como dito anteriormente, sendo a abordagem Riskmetrics uma representação IGARCH sem intercepto, a falta de estacionariedade do modelo de volatilidade condicional dessa representação dificulta a estimação dos parâmetros. Em particular, o método de estimação proposto por essa abordagem não leva em consideração a não estacionariedade do modelo e, portanto, é estatisticamente inconsistente.

Para incorporar o efeito assimetria foram desenvolvidos dois modelos: o EGARCH (GARCH exponencial) por Nelson (1991) e o GJR-Glosten, Jaganathan & Runkle (1993) (este último modelo também é conhecido como TARCH-Threshold ARCH).

Para Nelson, o modelo GARCH possuía vantagens e desvantagens. Uma vantagem é que ele consegue captar uma grande característica das séries financeiras, que é a concentração de volatilidade (“volatility clustering”). Mas o modelo possuía mais desvantagens do que vantagens. Como desvantagem, Nelson apontou o grande número de restrições sobre os parâmetros necessários para garantir uma variância positiva. Além disso, o modelo não captava o efeito assimétrico das inovações sobre a volatilidade. Nas séries financeiras é evidente o efeito maior das quedas sobre a volatilidade; ou melhor, a volatilidade é muito maior nos períodos de queda do que de alta nos mercados financeiros (é o conhecido “leverage effect”). Para captar esses efeitos e acabar com o problema das restrições sobre os parâmetros, Nelson desenvolveu uma versão exponencial para o modelo GARCH (EGARCH). A especificação da variância condicional do modelo EGARCH é dada por

$$\log(h_t) = \omega + \beta \log(h_{t-1}) + \alpha \left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}}$$

onde a hipótese de assimetria é verificada quando $\gamma \neq 0$ e o “leverage effect” é observado quando $\gamma < 0$.

Para o modelo GJR, a fórmula da variância condicional é dada por

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1}$$

onde $d_t = 1$ se $\varepsilon_t < 0$ e $d_t = 0$ caso contrário. Neste modelo, inovações positivas têm o efeito α enquanto que as inovações negativas têm o impacto $\alpha + \gamma$. Se $\gamma > 0$, as inovações negativas têm um efeito menor do que as inovações positivas. Esse é o conhecido “leverage effect”. Se $\gamma \neq 0$, o efeito das inovações é assimétrico.

Uma alternativa à estimação de volatilidade para o cálculo do VaR é a estimação da volatilidade realizada. Andersen & Bollerslev (1998) argumentam que a modelagem da volatilidade ex-post simplesmente pelos quadrados dos retornos está destinada a gerar resultados não acurados afetando, assim, a qualidade das previsões. Muito embora os quadrados dos retornos constituírem um estimador não viesado para a volatilidade, este por sua vez possui um grande componente idiossincrático que é não relacionado à volatilidade real durante o período observado. Assim, os autores propõem um refinamento no conceito de volatilidade relevante e desenvolvem uma medida de volatilidade realizada baseada na acumulação dos quadrados dos retornos obtidos a partir de dados de alta frequência. Essa volatilidade integrada está relacionada à noção de processo de variação quadrática de uma difusão em tempo contínuo. A partir daí os autores mostram que para previsões diárias de volatilidade de taxas de câmbio, o modelo GARCH (1,1) utilizando a volatilidade integrada gera resultados significativamente superiores aos dos modelos que utilizam volatilidade não condicional histórica.

Andersen, Bollerslev & Lange (1999) usam o conceito de volatilidade integrada, sendo esta aproximada pela soma dos quadrados dos retornos intra diários e o aplicam também ao mercado de câmbio, não somente para previsões diárias mas também para horizontes mais longos. O uso de retornos de dados de alta frequência fornece resultados mais consistentes na previsão de volatilidade de um ou mais dias.

Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2000) estimam volatilidades e correlações realizadas diárias utilizando dados de alta frequência dos retornos das taxas de câmbio DM/USD e JPY/USD durante uma década. Os autores deixam de tratar volatilidade como uma variável latente e passam a tratá-la como observável. Andersen, Bollerslev, Diebold & Labys (2001 a) demonstram que a Teoria da Variação Quadrática revela que, sob certas condições, a volatilidade realizada não é somente um estimador ex-post não viesado da volatilidade do retorno diário, mas é também um estimador assintoticamente livre de erro.

Oomen (2001) além de calcular, modelar e prever a volatilidade realizada do índice de ações FTSE-100 mostra ainda que o decaimento da dependência serial dos retornos de alta frequência com a frequência amostral é consistente com um processo ARMA sob agregação temporal. Esse resultado têm implicações importantes para a modelagem de retornos de alta frequência e para a escolha da frequência amostral ótima no cálculo da volatilidade realizada. Ainda sobre volatilidade realizada dos retornos no mercado de ações, Andersen, Bollerslev, Diebold & Ebens (2000) investigam as distribuições não condicionais das variâncias e correlações das trinta ações componentes do índice Dow Jones Industrial.

Os riscos financeiros estão classificados em seis tipos: riscos de mercado, de crédito, de liquidez, operacional, legal e sistêmico.

Os riscos de mercado são advindos das variações dos ativos e passivos financeiros (ou volatilidade) e são medidos através das variações no valor das posições em aberto ou nos ganhos. Nos riscos de mercado estão incluídos o risco de base (que ocorre quando a relação entre os produtos usados para proteger um ao outro muda ou é quebrada) e o risco gama (devido às relações não-lineares). Os riscos de mercado podem tomar duas formas: risco absoluto, medido pela perda potencial em termos monetários e o risco relativo, comparado a um índice (benchmark). Enquanto que o primeiro trabalha com a volatilidade dos retornos totais, o último mede o risco em termos de desvios do índice.

O risco de crédito é aquele quando há a impossibilidade das contrapartes honrarem suas obrigações contratuais. O seu efeito é medido através do custo de se realocar o fluxo de caixa quando um devedor não cumpre a sua obrigação.

Risco de liquidez é o risco associado à probabilidade de falta da atividade do próprio mercado (por exemplo, por falta de compradores e/ou vendedores de uma certa ação negociada em uma bolsa de valores).

O risco operacional ocorre devido à falha humana, fraude, falha de gerenciamento e sistemas inadequados. A melhor forma de se evitar esse tipo de risco é efetuando uma clara separação das responsabilidades dentro da instituição com um forte sistema de controle interno.

Por risco legal entende-se o risco que se incorre pela manipulação de mercado, informação privilegiada e todas as atividades que estão sob regulação governamental. Uma outra forma de risco legal é aquela que ocorre quando um acionista não satisfeito com as grandes perdas incorridas pela empresa em uma operação de mercado, por exemplo, entra com uma ação legal contra a mesma.

O risco sistêmico é o risco resultante do efeito de um resultado adverso em uma instituição (ou até em um país) em outra instituição (e então em outro país). Atualmente é um tipo de risco muito comentado, dada a globalização dos mercados financeiros.

A proposta da abordagem do valor em risco é quantificar o risco de mercado. A vantagem dessa metodologia é que ela sumariza em um único número a perda máxima *esperada* durante um período de tempo dado um intervalo de confiança. Esse período, também chamado de “holding period” é geralmente considerado como o tempo necessário para a liquidação do portfólio.

A escolha desses dois fatores de alguma forma é arbitrária. Enquanto que o “holding period” deve ser escolhido de acordo com a liquidez do ativo no mercado em que ele é transacionado, a escolha do intervalo de confiança dependerá do objetivo do cálculo do valor em risco. No caso em que o valor em risco é calculado com a finalidade de se determinar o capital mínimo exigido, quanto maior a aversão ao risco, maior o intervalo de confiança utilizado. Se o valor em risco é calculado para a comparação dos riscos em diferentes mercados, a escolha do intervalo de confiança não é tão importante, mas se o objetivo é a validação do modelo, o intervalo de confiança deve ser o maior possível, pois ele fornecerá uma medida de risco que raramente será excedida.

Embora haja uma grande discussão sobre a utilidade dessa medida de risco, é importante deixar claro os objetivos dessa metodologia. Antes de tudo, o objetivo do VaR

não é descrever (ou até mesmo prever) os piores resultados possíveis, mas sim *fornecer uma estimativa de um domínio de possíveis perdas*. Além disso, ao reportar o valor em risco de um portfólio em uma medida quantitativa que qualquer pessoa possa entender (em unidades monetárias), os investidores podem decidir por permanecer ou não em uma financeira, pois caso algum dos seus fundos de investimento incorra em grandes perdas não haverá razão para os investidores entrarem com alguma ação legal contra a instituição alegando desconhecimento do risco a que estavam se submetendo. Sendo assim, o fato de reportar o valor em risco aumentaria a transparência e a estabilidade nos mercados financeiros.

Além de promover uma maior transparência nas atividades financeiras e uma maior estabilidade nos mercados, o valor em risco pode ser usado como uma ferramenta da instituição financeira para “penalizar” os “traders” que tomam riscos maiores, ou seja, haveria uma política de incentivos para se correr riscos menores. Mas, nesse caso deve-se tomar cuidado para não se criar uma visão otimista do risco, como por exemplo em 1994 os operadores de câmbio poderiam tomar grandes posições em peso mexicano que possuía uma volatilidade histórica baixa mas um grande risco de desvalorização. Essa deve ser encarada como uma limitação da abordagem valor em risco que só pode ser administrada por um gerente de risco atento às adaptações do modelo. Portanto, ela possui as suas limitações, mas mesmo assim não deve ser encarada como dispensável; a ciência deve trabalhar para aperfeiçoar o modelo e, nesse caso específico, as estimativas de volatilidade.

Há três métodos clássicos para se calcular o valor em risco, a saber: Método Delta-Normal, Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo (ver Jorion, 1995).

Método Delta-Normal - Assume que os retornos de todos os ativos são normalmente distribuídos. Como o retorno do portfólio é uma combinação linear de variáveis normalmente distribuídas, logo ele também é normalmente distribuído. Este método consiste em voltar no tempo e computar as variâncias e as correlações para todos os fatores de risco. O risco do portfólio é então gerado pela combinação das exposições lineares aos vários fatores (que também são tomados como normalmente distribuídos) e pela previsão da matriz de covariância. Considere $R_{i,t+1}$ como o retorno do ativo i no

próximo período e $\omega_{i,t}$ como sendo o peso do ativo i na data t . Então, o retorno do portfólio um período à frente é dado por

$$R_{p,t+1} = \sum_{i=1}^N \omega_{i,t} R_{i,t+1}.$$

Usando notação matricial, a variância é dada por

$$V(R_{p,t+1}) = \omega_t' \Sigma_{t+1} \omega_t$$

onde Σ_{t+1} é a matriz de covariância dos retornos. Uma das determinantes do risco é, portanto, prevendo Σ_{t+1} . Dentro desse método há duas maneiras de se estimar essa matriz. Uma delas é usando somente dados históricos e a outra é utilizando a volatilidade implícita das opções obtida através do modelo Black-Scholes (Black & Scholes, 1973). O último método é superior ao primeiro, mas nem todas as variáveis financeiras possuem dados disponíveis de opções. O Método Delta-Normal está sujeito a várias críticas. Uma delas é que as distribuições dos retornos possuem caudas pesadas. Como esse método pressupõe normalidade dos retornos, o excesso de curtose subestima o número de outliers e dessa forma, o valor em risco. Por fim, o Método Delta-Normal não mensura corretamente o risco de instrumentos não-lineares, como as opções.

Simulação Histórica – O portfólio é reavaliado sob distribuições de retornos históricas.

Simulação de Monte Carlo – Gera cenários aleatoriamente baseado em uma distribuição de probabilidade conjunta para os fatores de risco associados aos ativos. Os dados históricos de mercado são utilizados para se inferir sobre características estatísticas tais como a variância e a correlação da distribuição assumida. Este método é utilizado para variáveis não lineares nos fatores de risco, tais como opções. Além disso, o processo estocástico deve ser modelado corretamente, caso contrário toda a análise estará incorreta.

A grande questão que as instituições se defrontam ao adotarem a metodologia do valor em risco é conseguir uma técnica de previsão que seja ao mesmo tempo capaz de não

deixar as suas operações descobertas e que também faça com que o capital exigido seja realmente mínimo: as suas operações devem estar cobertas por motivos óbvios, e o capital exigido deve ser o mínimo possível pois há um custo na não utilização desse capital. Logo, as instituições estão perante um dilema: como quanto maior a volatilidade, maior a segurança em relação ao valor em risco porém maior o capital exigido.

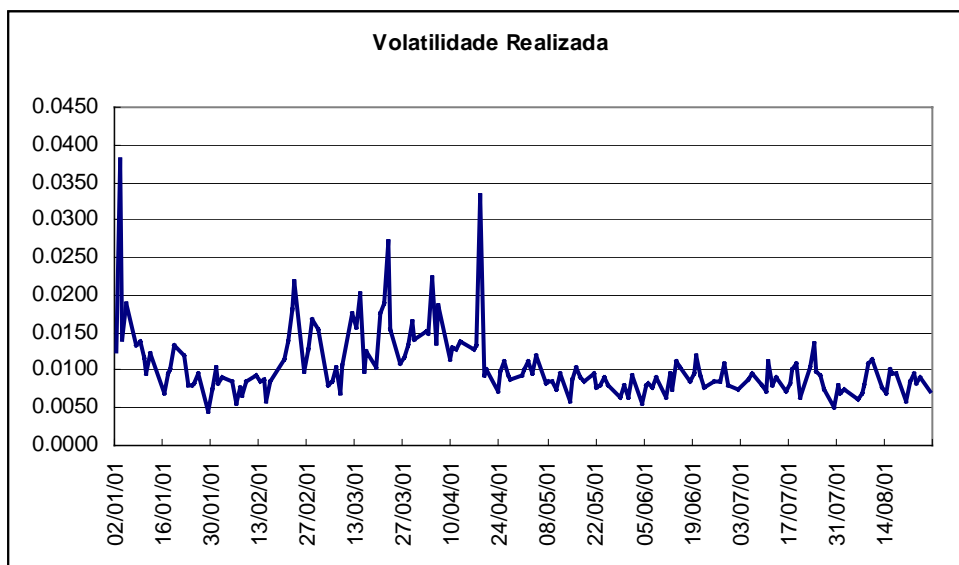
Dadas as funções tanto como ferramentas de gerenciamento de controles internos quanto metas regulatórias a serem respeitadas, se torna importante quantificar o quão acurado é o modelo utilizado por uma instituição e portanto, a mensuração de exposição ao risco. Com o objetivo de verificar acurácia das estimativas de valor em risco, o Comitê da Basileia recomenda o “backtesting”, isto é, a comparação das estimativas de valor em risco com a subsequente perda ou ganho do portfólio. Apesar da recomendação, o Comitê não fornece nenhum detalhe do teste de verificação proposto. Kupiec (1995) aborda técnicas para analisar os resultados do modelos de valor em risco.

Capítulo 3 – Exercício Empírico

A análise empírica do trabalho consiste no cálculo da volatilidade realizada para padronizar o retorno diário e a partir deste obter o valor em risco do primeiro contrato a vencer do futuro do índice S&P 500 negociado na Chicago Mercantile Exchange e sua comparação com a abordagem RiskMetrics. Para o cálculo da volatilidade realizada foram agrupados os dados intra diários a cada 15 minutos. Portanto, a cada dia foram usados 28 dados (a partir das 8:30 da manhã até às 15:30) no período entre 2 de Janeiro de 2001 e 27 de Agosto de 2001. Os meses de vencimento do contrato futuro utilizados foram Fevereiro, Abril, Junho e Agosto. Portanto, os contratos foram considerados como um contínuo, sendo cada um incorporado na série imediatamente após o vencimento do anterior.

Os autocorrelogramas dos retornos intra diários estão no Apêndice 1. Como não há indício de autocorrelação nas séries, basta somar os retornos intra diários ao quadrado para obter a volatilidade realizada de cada dia. Uma vez obtida, a volatilidade realizada é utilizada para padronizar o retorno diário, dado pelo logaritmo neperiano da razão dos preços de fechamento do ativo. A figura 3.1 apresenta o gráfico da volatilidade realizada.

Figura 3.1



O primeiro pico na volatilidade ocorreu devido à diminuição da taxa de juros Americana pelo FED. O terceiro pico na volatilidade realizada ocorreu no dia 14 de Março devido aos resultados de empresas componentes do índice S&P divulgados durante o dia. No dia 20 de Março o Federal Reserve baixou a taxa de juros Americana de 5,5% para 5%. O quinto pico de volatilidade em 4 de Abril ocorreu em consequência do testemunho do presidente do FED, Alan Greenspan, no Senado americano. O mercado financeiro interpretou o discurso de Greenspan como uma indicação de queda da taxa de juros na reunião do FED. Em 18 de Abril uma nova redução em 0,5% na taxa de juros americana gerou um aumento na expectativa de aceleração da economia. Por fim, a queda nos juros em 27 de Junho em 0,25% ilustra um novo período de alta volatilidade.

Na estimação de um modelo ARMA (1,1) para a volatilidade realizada, foram obtidos os seguintes resultados:

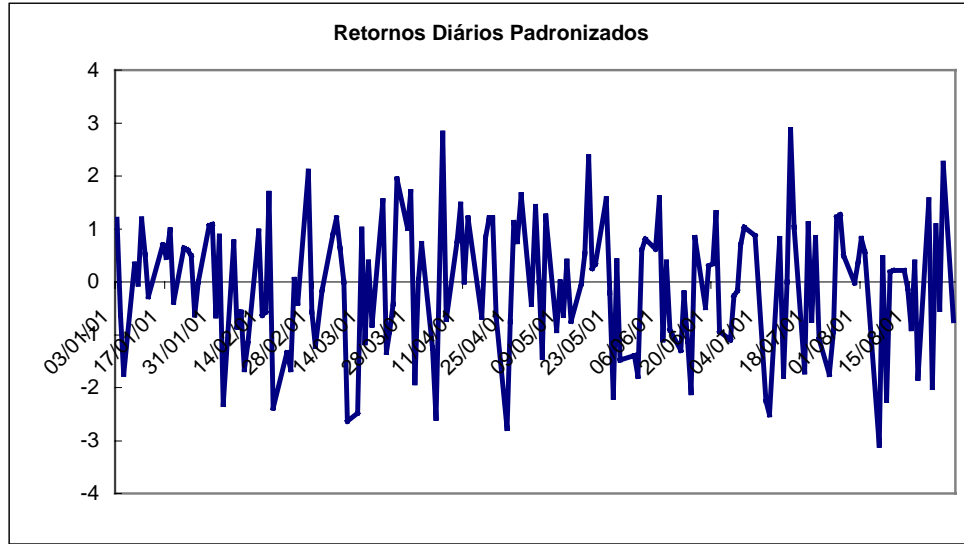
Dependent Variable: Volatilidade_Realizada
 Method: Least Squares
 Date: 06/03/02 Time: 16:22
 Sample(adjusted): 2 161
 Included observations: 160 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 13 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-9.320521	0.158415	-58.83597	0.0000
AR(1)	0.896058	0.046709	19.18367	0.0000
MA(1)	-0.629311	0.090227	-6.974787	0.0000
R-squared	0.374844	Mean dependent var	-9.221407	
Adjusted R-squared	0.366881	S.D. dependent var	0.675773	
S.E. of regression	0.537705	Akaike info criterion	1.615558	
Sum squared resid	45.39283	Schwarz criterion	1.673217	
Log likelihood	-126.2446	F-statistic	47.06872	
Durbin-Watson stat	1.817664	Prob(F-statistic)	0.000000	

O resultado acima mostra um bom ajuste da variável se comparado com a literatura sobre modelagem ARMA da volatilidade. Andersen & Bollerslev (1998) mencionam que um R^2 baixo é consistente ao se modelar volatilidade das séries financeiras. Além disso, os autores mostram que o R^2 é extremamente sensível à frequência da amostra utilizada.

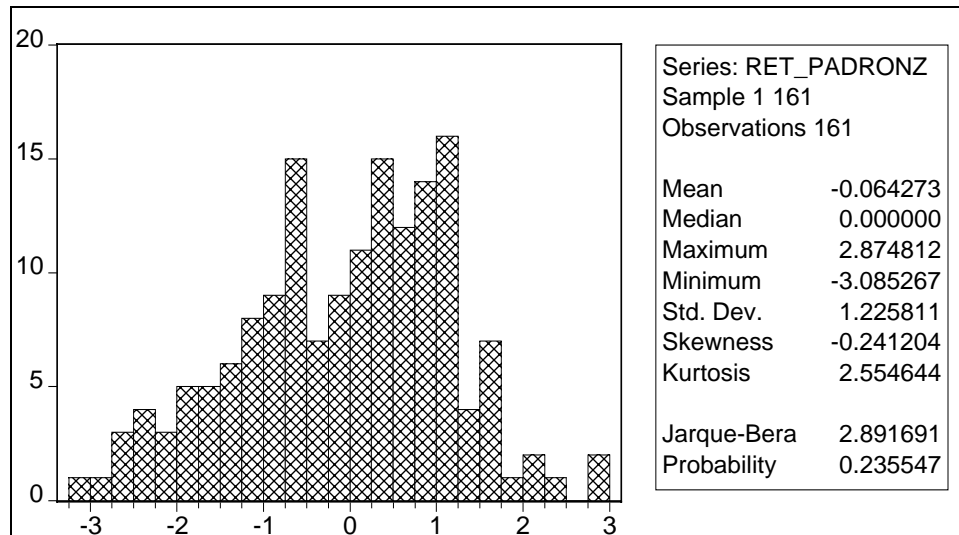
A figura 3.2 apresenta o gráfico dos retornos diários padronizados pela volatilidade realizada.

Figura 3.2



O histograma da série com as estatísticas descritivas está na Figura 3.3.

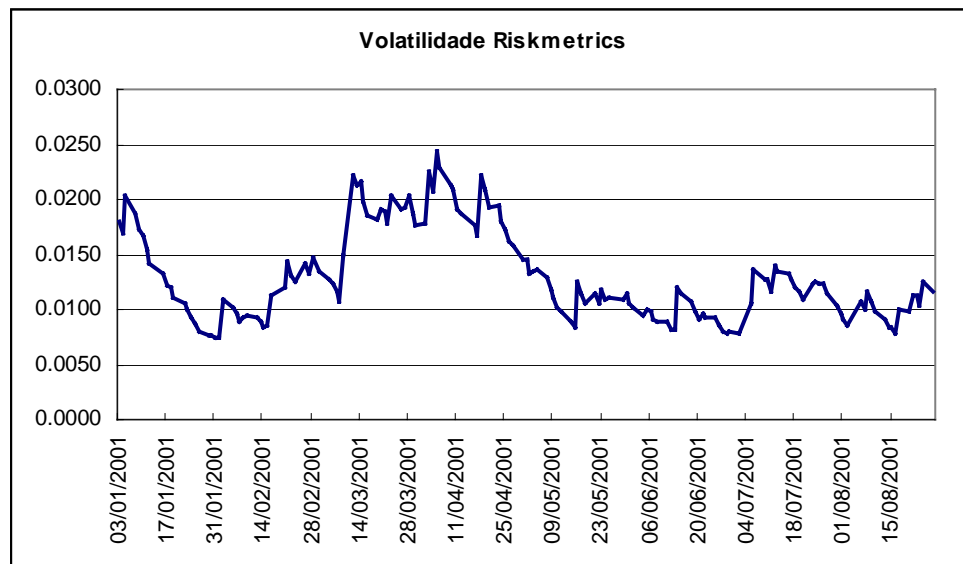
Figura 3.3



De acordo com a estatística do teste Jarque-Bera obtida, a hipótese de normalidade da série não pode ser rejeitada. Com esse resultado, a partir deste ponto o trabalho será desenvolvido assumindo normalidade da série dos retornos diários padronizados.

A volatilidade utilizada pela abordagem RiskMetrics está apresentada na Figura 3.4. O fator de alisamento exponencial utilizado foi de 0.84, calculado de acordo com a técnica também utilizada pelo RiskMetrics mencionada no Capítulo 2.

Figura 3.4



Na estimação VaR unicaudal com os retornos padronizados - com um intervalo de confiança de 95% - o modelo extrapola o VaR 21 vezes em 161 dias (13%) apesar de, como visto anteriormente, a série da volatilidade realizada capturar perfeitamente todos os efeitos dos eventos de alta volatilidade ocorridos no período. O resultado obtido com um VaR bicaudal utilizando o valor absoluto dos retornos padronizados o modelo é extrapolado 69 vezes em 161 dias (43%). Ambos os gráficos estão apresentados nas figuras 3.5 e 3.6, respectivamente.

Pelo modelo Riskmetrics com o mesmo intervalo de confiança, o VaR ,usando o retorno padronizado pela raiz quadrada da volatilidade calculada por esse método, é excedido 10 vezes em 161 dias (6,2%), e seu gráfico está apresentado na figura 3.7. No modelo bicaudal o modelo é extrapolado 48 vezes (29%). O resultado está apresentado na Figura 3.8.

No entanto, o resultado do RiskMetrics não é robusto a variações no fator de decaimento λ do processo de volatilidade. Como o período de alta volatilidade ocorre com mais frequência no início da série, quanto menor o fator de decaimento, menor o

peso dado às observações mais recentes, e menos vezes o VaR é extrapolado. Dessa forma, o resultado do procedimento de RiskMetrics depende excessivamente do fator λ de decaimento, que infelizmente não pode ser estimado de forma consistente (ver Nelson, 1990).

Figura 3.5

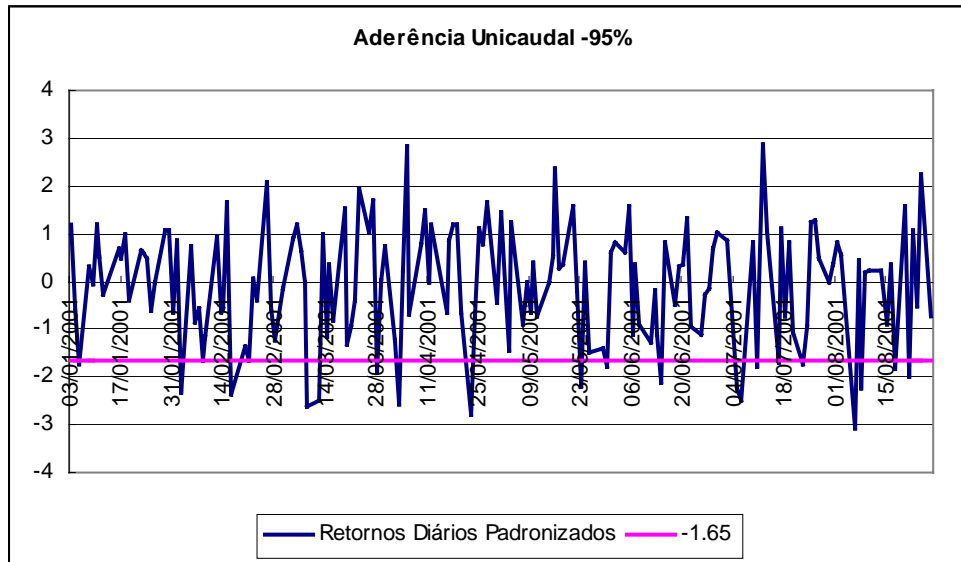


Figura 3.6

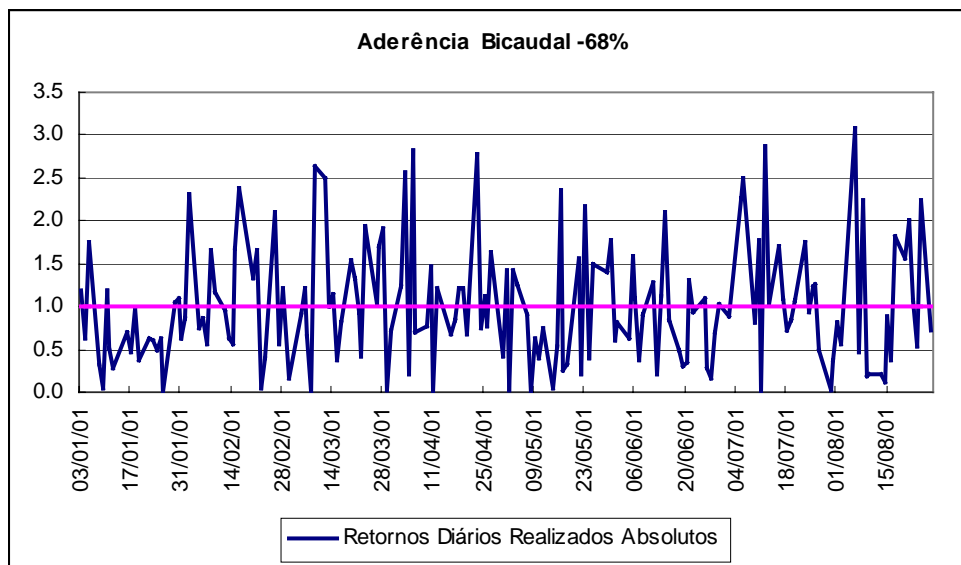


Figura 3.7

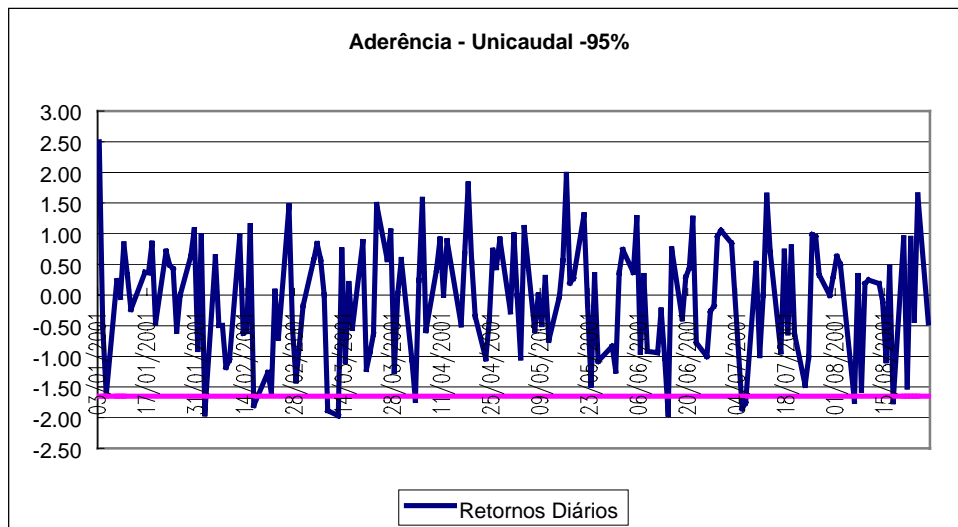
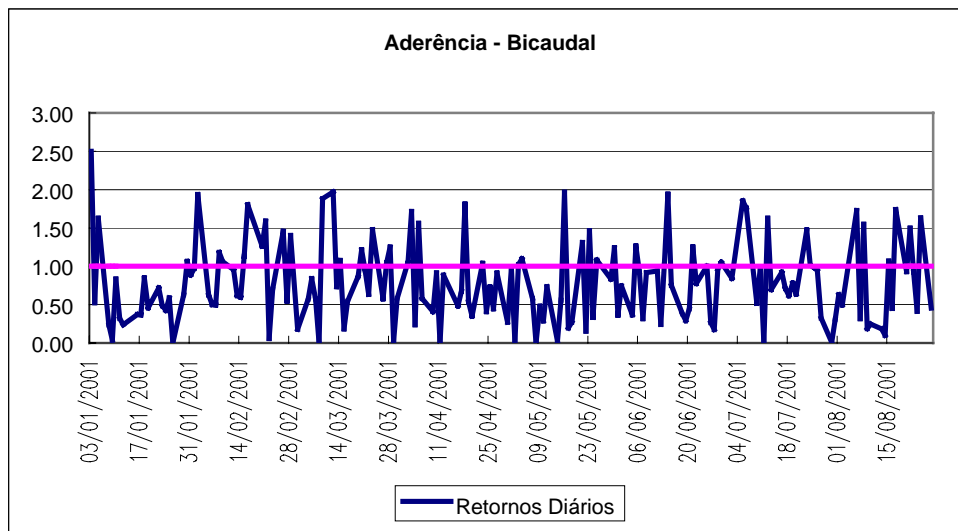


Figura 3.8



Uma das propriedades assintóticas desejáveis de um estimador é que ele seja a representação mais próxima do verdadeiro valor do parâmetro a medida que a amostra aumenta. Um estimador é consistente se a distribuição de probabilidade do estimador colapsa para um único ponto – nesse caso o verdadeiro valor do parâmetro. A

propriedade de consistência é mais desejável do que a ausência de viés. Um estimador viesado mas consistente pode não ser igual ao verdadeiro valor do parâmetro em média, mas se aproxima dele na medida que a amostra aumenta. Mas um estimador viesado e inconsistente vai continuar a se desviar substancialmente do verdadeiro parâmetro na medida que a amostra aumenta.

Capítulo 4 – Conclusão

O trabalho apresentado compara, no que tange a estimação do valor em risco, o método de extração de volatilidade pregado pelo RiskMetrics e a volatilidade realizada calculada a partir de retornos intra diários. Apesar da estimação da volatilidade realizada ter apresentado resultados consistentes com a evidência empírica, o cálculo do VaR utilizando a série dos retornos diários padronizados pela volatilidade realizada não originou resultados satisfatórios. Dado o tamanho da série, uma modelagem mais sofisticada não é possível devido a falta de suficientes graus de liberdade. Uma alternativa seria o aumento tanto da frequência de agragação dos dados intra diários quanto do tamanho da série. Todos os trabalhos citados anteriormente como referência de aplicações de volatilidade realizada utilizaram não menos que um ano de dados diários com uma agregação de no mínimo 5 minutos de dados intra diários.

Apesar da estimação via Riskmetrics apresentar um melhor resultado para um fator $\lambda = 0,84$ os resultados são extremamente sensíveis ao valor de λ . Em particular, o desempenho empobrece consideravelmente quando aplicamos um fator levemente inferior. Como a não estacionaridade do processo de volatilidade assumido pelo RiskMetrics impede uma estimação desse parâmetro, concluimos que essa abordagem não incorpora o grau de confiabilidade necessário para uma gestão adequada do risco.

Referências

- Andersen, T.G., & T. Bollerslev (1998), "Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts," *International Economic Review*, 39, 885-905.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold & H. Ebens (2001), "The distribution of stock return volatility," *Journal of Financial Economics*, no prelo.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold & P. Labys (2000), "Market microstructure effects and the estimation of integrated volatility," Northwestern University, Duke University, e University of Pennsylvania.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold & P. Labys (2001a), "The distribution of realized exchange rate volatility," *Journal of the American Statistical Association*, no prelo.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold & P. Labys (2001b), "Exchange rate returns standardized by realized volatility are (nearly) Gaussian," *Multinational Finance Journal*, no prelo.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev, F.X. Diebold & P. Labys (2001c), "Modeling and forecasting realized volatility," Northwestern University, Duke University, e University of Pennsylvania.
- Andersen, T.G., T. Bollerslev & S. Lange (1999), "Forecasting financial market volatility: Sample frequency vis-a-vis forecast horizon," *Journal of Empirical Finance*, 6, 457-477.
- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Engle, Robert F. & T. Bollerslev (1986), "Modelling the Persistence of Conditional Variances," *Econometric Reviews*, 5, (1), 1-50.
- Kupiec, Paul H. (1995), "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives*, 3, (Winter), 73-84.
- Jorion, P. (1997), "Value-at-Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk". McGraw-Hill.
- JP Morgan (1994), "RiskMetrics Technical Documents, 1st edition, New York.
- Nelson, Daniel F. (1990), "Stationary and Persistence in the GARCH(1,1) Model," *Econometric Theory* 6, 318-334.

Oomen, Roel (2001) Using high frequency stock market index data to calculate, model, and forecast realized return volatility, Working Paper ECO 2001/6, European University Institute.

Apêndice 1

- Correlograma dos retornos intra diários

14 de Março de 2001

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.045	0.045	0.0617	0.804
2	0.070	0.069	0.2219	0.895
3	0.057	0.051	0.3305	0.954
4	-0.250	-0.262	2.5191	0.641
5	-0.067	-0.056	2.6831	0.749
6	0.069	0.120	2.8634	0.826
7	-0.179	-0.160	4.1454	0.763
8	-0.176	-0.267	5.4471	0.709
9	0.119	0.157	6.0701	0.733
10	-0.280	-0.223	9.7265	0.465
11	0.172	0.129	11.197	0.427
12	-0.065	-0.234	11.418	0.494

18 de Abril de 2001

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.204	-0.204	1.3002	0.254
2	-0.154	-0.204	2.0639	0.356
3	0.104	0.027	2.4293	0.488
4	0.085	0.093	2.6849	0.612
5	-0.104	-0.041	3.0774	0.688
6	0.022	0.013	3.0953	0.797
7	-0.042	-0.078	3.1666	0.869
8	-0.020	-0.045	3.1841	0.922
9	-0.068	-0.099	3.3867	0.947
10	0.058	0.017	3.5454	0.966
11	0.022	0.037	3.5690	0.981
12	0.052	0.097	3.7086	0.988

21 de Maio de 2001

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	-0.165	-0.165	0.8428	0.359
2	-0.117	-0.148	1.2870	0.525
3	0.140	0.098	1.9479	0.583
4	0.267	0.311	4.4489	0.349
5	-0.066	0.082	4.6087	0.465
6	-0.033	0.010	4.6508	0.589
7	-0.067	-0.188	4.8329	0.680
8	0.087	-0.069	5.1522	0.741
9	0.004	0.001	5.1530	0.821
10	-0.185	-0.137	6.7529	0.749
11	-0.055	-0.070	6.9025	0.807
12	0.054	-0.026	7.0554	0.854

4 de Junho de 2001

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.003	0.003	0.0003	0.986
2	0.263	0.263	2.2350	0.327
3	-0.028	-0.032	2.2618	0.520
4	-0.133	-0.217	2.8804	0.578
5	-0.088	-0.079	3.1655	0.674
6	-0.028	0.080	3.1954	0.784
7	-0.044	-0.002	3.2742	0.859
8	-0.162	-0.239	4.3792	0.821
9	-0.103	-0.145	4.8457	0.848
10	-0.074	0.056	5.1004	0.884
11	-0.081	-0.015	5.4241	0.909
12	0.177	0.124	7.0726	0.853